Trykt i VARME side 47—58, 1950

DK 536.21 + 517.9

VARMETABET GENNEM PLANE TVÆRDELTE VÆGGE

TWO-DIMENSIONAL HEAT-FLOW THROUGH PLANE WALLS

With an English Summary

POUL BECHER
civilingeniør, dr. techn.

STATENS BYGGEFORSKNINGSINSTITUT SÆRTRYK NR. 10

DK 536.21 + 517.9

I artiklen gennemgås de forskellige metoder til beregning af varmestrømmen gennem uhomogene vægge. Det vises, at i praksis er det sikrest at beregne en sådan vægs transmissionstal ud fra et middelvarmeledningstal for hele væggen bestemt af de forskellige materialers varmeledningstal efter den vægt, hvormed de indgår arealmæssigt.

Ved en sædvanlig transmissionsberegning regnes varmestrømmene gennem væggene altid at være endimensionale, hvorved der kan beregnes et transmissionstal for væggene. I virkeligheden er varmestrømmene i de fleste tilfælde flerdimensionale, kun ved vægge af homogene lag, som en betonvæg isoleret med korkplader, er det fuldt berettiget at tale om endimensionale varmestrømme og dermed et transmissionstal. Ved flerdimensionale varmestrømme er det meningsløst at tale om et bestemt transmissionstal, fordi varmestrømsligningen bliver en differentialligning i to eller tre variable.

Som følge heraf kan der strengt taget ikke tales om et varmeledningstal for uhomogene materialer som mangehulsten, der ikke har de forskellige bestanddele anbragt i planparallelle lag tværs på varmestrømmen.

Man kunne definere transmissionstallet for en væg med flerdimensionale varmestrømme som tallet for en planparallel homogen væg med samme varmetab i gennemsnit pr. m² ved samme ydre kår og kalde tallet det ækvivalente transmissionstal. Men dette transmissionstal vil ikke være nogen fast størrelse, for en given væg vil det variere med overfladebetingelserne og derfor være forskelligt, om væggen anvendes som inder- eller ydervæg, eller om væggen beklædes med andre materialer.

Når varmetabet gennem en væg med flerdimensionale varmestrømme skal bestemmes i praksis, beregnes der sædvanligvis et transmissionstal på den måde, at der for de enkelte dele af væggen bestemmes et *transmissionstal* som om varmestrømmen var endimensional, og tallet for hele væggen beregnes som summen af disse transmissionstal udfra den vægt, hvormed de indgår arealmæssigt.

Det er nødvendigt at gøre en tilnærmelse i praksis, det er tidsspilde og også overflødigt med stor nøjagtighed at beregne varmetabet udfra den differentialligning, potentialligningen, som gælder for flerdimensionale varmestrømme.

Men den nævnte praktiske tilnærmelsesmetode er på den usikre side, således at forstå, at det beregnede varmetab bliver for lille. For en stolpevæg af træ med udfyldning af isoleringsmateriale kan det på denne måde beregnede tal blive 15 % for lille.

Der findes imidlertid en anden metode, hvorefter der kan bestemmes et ækvivalent transmissionstal, der ligger lidt på den sikre side. *Det beregnes udfra det varmeledningstal, der kan bestemmes for hele væggen af de enkelte bestanddeles varmeledningstal, efter den vægt, hvormed de indgår arealmæssigt.* Ved lagdelte vægge må denne operation foretages for hvert lag tværs på varmestrømmen.

Hvis større nøjagtighed forlanges, kan man regne med middeltallet af transmissionstallene, der bestemmes ved de to metoder. Resultatet vil ligge så nær det rigtige, at fejlen er meget lille sammenlignet med alle de andre tilnærmelser, der må gøres ved en almindelig transmissionsberegning.

Nedenfor skal de forskellige metoder nærmere beskrives. Desværre lader ingen af metoderne sig anvende på vægge med hulrum. Man ved endnu for lidt om, hvorledes varmen strømmer over små hulrum.

Grundligningerne.

Den almindelige varmeledningsligning lyder:

$$Q = -\frac{dt}{ds} \cdot \lambda \cdot F \qquad (1)$$

hvor Q er den mængde varme, der strømmer igennem arealet F pr. tidsenhed,

t er temperaturen,
s afstanden og
λ varmeledningstallet.

Minustegnet er af formel natur, idet varmestrømmen sædvanligvis regnes positiv i retning af faldende temperatur.

$\frac{dt}{ds}$ kaldes temperaturgradienten og er et mål for temperaturfaldet pr. længdeenhed.

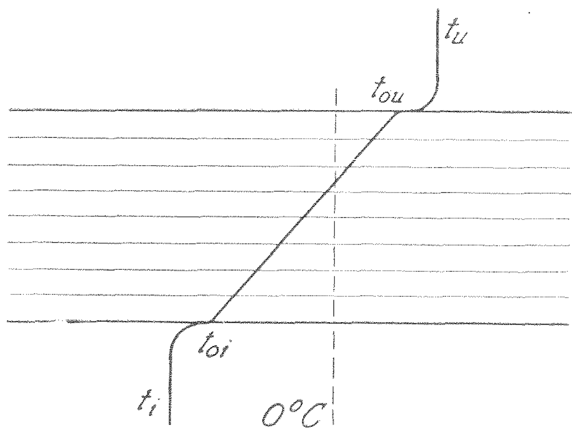

Fig. 1. Endimensional varmestrøm i en homogen væg. Isotermerne er parallelle med væggen.

Hvis væggen er homogen, bliver varmestrømmen endimensional, og de variable t og s i diffenrentialligningen (1) kan adskilles og ligningen integreres, hvilket giver den kendte ligning:

$$Q = (t_{oi} - t_{ou}) \cdot \frac{\lambda}{d} \cdot F \qquad (2)$$

hvor $\frac{d}{\lambda}$ er væggens varmeledningsmodstand.

Hvis væggen er opbygget som vist på fig. 2 af lodrette striber af to materialer med forskellige varmeledningstal λ_1 og λ_2, bliver væggen koldere på indersiden udfor »fugerne« 2 end ud for midten af »stenene« 1 som antydet med talværdierne.

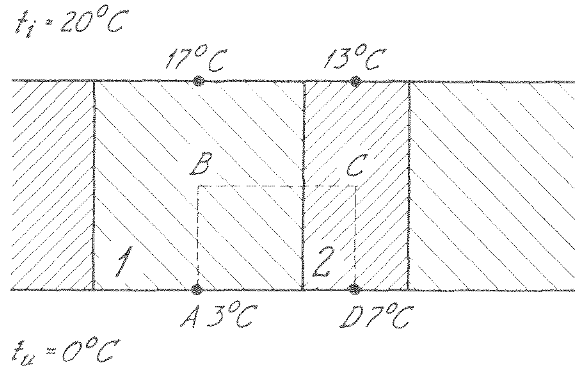

Fig. 2. Vandret snit i plan todelt væg.

Temperaturen ses at variere dels tværs på væggen og dels på langs af væggen, varmestrømmen bliver todimensional. Udskæres et lille areal 0 som vist på fig. 3,

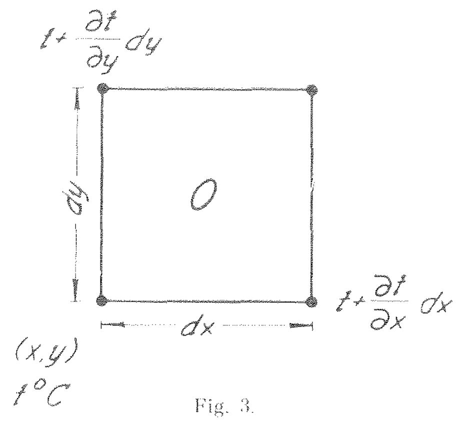

Fig. 3.

findes for varmestrømmen til arealet efter (1), da der ikke produceres eller ophobes varme i legemet,

$$Q = 0 = -\lambda \cdot dx \cdot dy \left(\frac{\delta^2 t}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 t}{\delta y^2}\right),$$

og heraf

$$\frac{\delta^2 t}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 t}{\delta y^2} = 0 \qquad (3)$$

Dette er potentialligningen, og den kan i almindelighed ikke løses eksakt. For en mur, hvor der både er lodrette og vandrette fuger, bliver varmestrømmene tredimensionale, og der tilkommer et led $\frac{\delta^2 t}{\delta z^2}$.

Ved hjælp af differensligninger, idet dx erstattes af $\triangle$x, kan (3) løses på overkommelig måde, så nøjagtigt som det forlan-

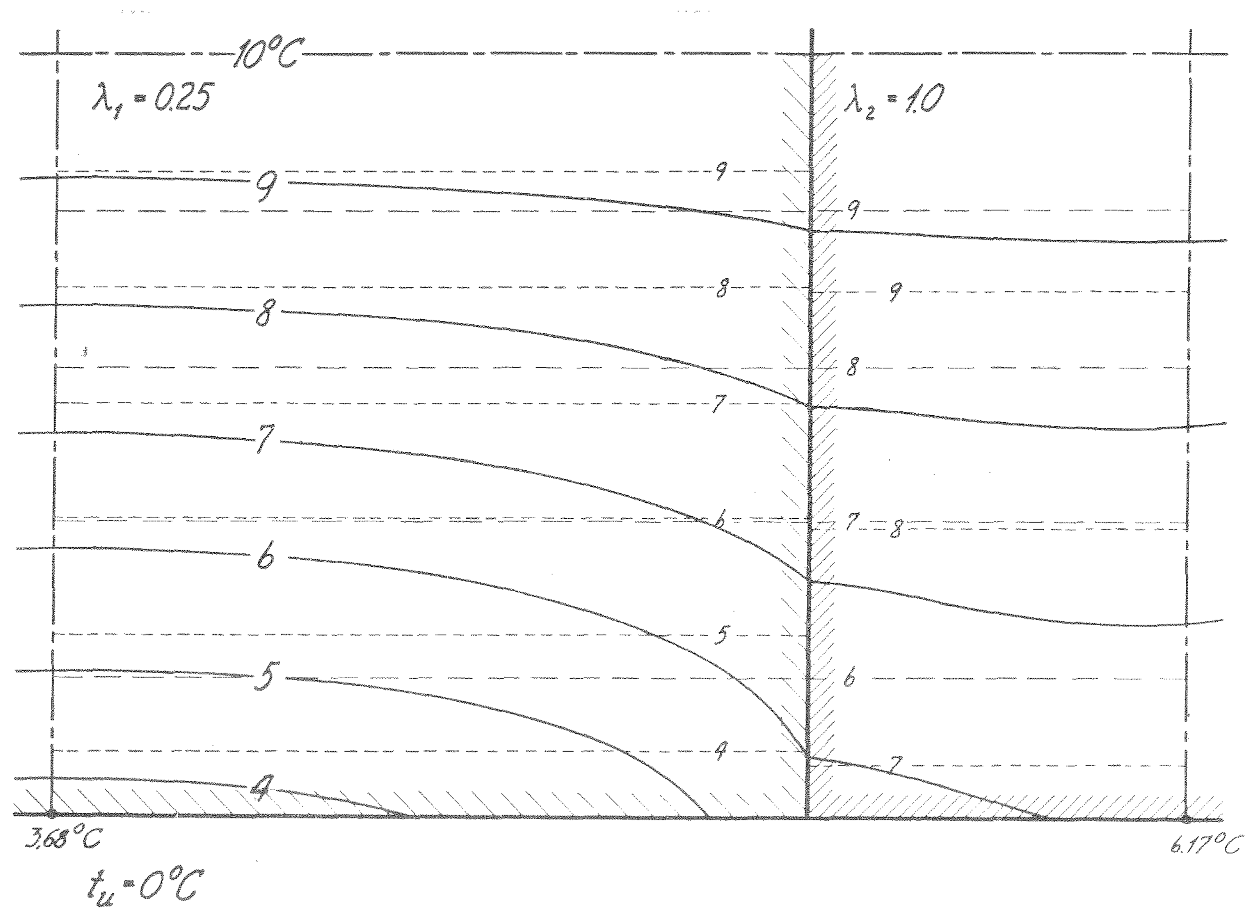

Fig. 4. Isotermerne bestemt ved beregning for en 0,16 m tyk væg bestående af lodrette striber af to materialer med forskellige varmeledningstal. Temperaturen på væggens to sider er $t_u = 0\,°C$ og $t_i = 20\,°C$. Overgangstallene er på begge sider $\alpha = 6$ kcal/m² · h · °C. Der er derfor symmetri om midterplanen.

Beregning ved differensligningen. Isotermerne fuldt optrukne. Varmestrømmen $Q = 28{,}6$ kcal/m² · h.

1. tilnærmelsesmetode. Isotermerne kortpunkterede. Varmestrømmen $Q_1 = 27{,}2$ kcal/m² · h.

2. tilnærmelsesmetode. Isotermerne langpunkterede. Varmestrømmen $Q_2 = 30{,}6$ kcal/m² · h.

$$Q \sim \frac{Q_1 + Q_2}{2} = 28{,}8 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}.$$

ges. Hvorledes, er her demonstreret i eksempel 1. Resultatet af beregningerne er vist på fig. 4.

Det vil af eksemplet fremgå, at beregningerne er overordentlig simple og let anskuelige, så der er ingen grund til at vige tilbage for at udføre sådanne beregninger, hvis det kan være påkrævet at kende visse temperaturforløb nøjere; det eneste, beregningerne kræver, er lidt tålmodighed.

Ved beregningerne er det muligt at tage hensyn til alle mulige forhold: varierende temperaturer, varmeledningstal, overgangstal o. s. v.

1. tilnærmelsesmetode.

Skillefladerne mellem de forskellige lag tænkes at være helt varmetætte; varmestrømmene vil så blive endimensionale i de forskellige materialer og forløbet af isotermerne som vist på fig. 5, rette ækvidistante linier indenfor hvert materiale.

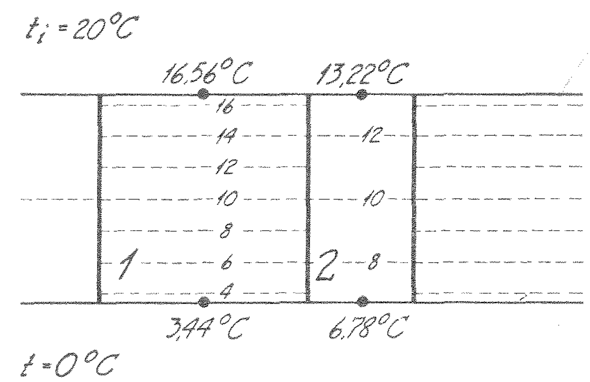

Fig. 5. Isotermerne som de tænkes ved 1. tilnærmelsesmetode med en varmetæt skillevæg mellem materiale 1 og 2.

Transmissionstallene for væggenes forskellige dele beregnes på sædvanlig måde:

$$\frac{1}{k_a} = \frac{2}{\alpha} + \frac{d}{\lambda_1} \quad \text{og} \quad \frac{1}{k_b} = \frac{2}{\alpha} + \frac{d}{\lambda_2}$$

Udgør område 1 f m² af hver kvadratmeter, findes væggens ækvivalente transmissionstal til

$$k_1 = \frac{f}{\frac{2}{\alpha} + \frac{d}{\lambda_1}} + \frac{1-f}{\frac{2}{\alpha} + \frac{d}{\lambda_2}} \qquad (4)$$

Det således bestemte transmissionstal ses at afhænge af overgangstallene, eller hvilke andre lag væggen eventuelt er beklædt med.

Varmestrømmen pr. m² væg bliver:

$$Q_1 = k_1 \cdot (t_i - t_u) = \left(\frac{f}{\frac{2}{\alpha} + \frac{d}{\lambda_1}} + \frac{1-f}{\frac{2}{\alpha} + \frac{d}{\lambda_2}}\right)(t_i - t_u) \qquad (5)$$

Af fig. 4 ser man, at varmestrømslinierne, der må gå vinkelret på isotermerne, i virkeligheden bliver krumme linier, og noget af varmen trækkes over i det bedst ledende materiale. Vejene for varmestrømmene bliver ganske vist længere, men forløber i et betydeligt bedre ledende materiale.

Der strømmer derfor mere varme gennem væggen, end (5) angiver, k_1 er for lille.

2. *tilnærmelsesmetode.*

Væggen kunne også tænkes at bestå af en »legering« af de forskellige materialer med varmeledningstallet

$$\lambda = f \cdot \lambda_1 + (1 - f) \cdot \lambda_2, \qquad (6)$$

eller væggen kunne opfattes som bestående af uendelig tynde strimler af de forskellige materialer blandet mellem hinanden i antal i forhold til arealerne.

Isotermernes forløb bliver da som vist på fig. 6, rette linier ækvidistante over hele væggen.

Af (6) beregnes et transmissionstal

$$k_2 = \frac{1}{\frac{2}{\alpha} + \frac{d}{f\lambda_1 + (1-f)\lambda_2}} \qquad (7)$$

og heraf igen varmestrømmen:

$$Q_2 = k_2 \cdot (t_i - t_u) = \frac{1}{\frac{2}{\alpha} + \frac{d}{f \cdot \lambda_1 + (1-f)\lambda_2}}(t_i - t_u) \qquad (8)$$

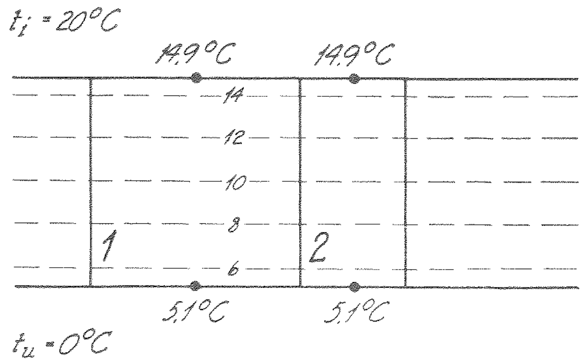

Fig. 6. Isotermerne som de tænkes ved 2. tilnærmelsesmetode, hvor væggen opfattes som en legering af de forskellige materialer.

Bestemmes differencen $Q_2 - Q_1$ af (5) og (8), finder man, at denne altid er positiv og derfor $Q_2 > Q_1$.

På fig. 4 er indtegnet isotermerne for alle tre beregningsmetoder. Det fremgår heraf, at de »rigtige« isotermer er en mellemting mellem de to andre (det ses tydeligt på 8° C isotermen), hvorfor

$$Q_2 > Q > Q_1. \qquad (9)$$

1. beregningsmetode giver for lille varmestrøm og 2. beregningsmetode for stor.

Det må derfor anbefales at anvende 2. beregningsmetode i praksis, navnlig da den tillige er lettest at anvende. I de efterfølgende eksempler er betydningen heraf vist.

Eksempel 1.

Væggen på fig. 2 er 0,16 m tyk, $\lambda_1 = 0{,}25$ og $\lambda_2 = 1{,}0$ kcal/m · h · °C, overgangstallene indvendig og udvendig er 6 kcal/m² · h · °C, bredden af striberne 1 er 0,16 m og striberne 2 er 0,08 m. $t_i = 20$ °C og $t_u = 0$° C.

Da overgangstallene er lige store, må der, hvad isotermernes form angår, være symmetri om væggens midterplan. Det er derfor kun nødvendigt at betragte det på fig. 2 mærkede areal, som er vist igen på fig. 7 i større målestok.

Over arealet A B C D lægges et passende beregningsnet. Her er valgt et kvadratnet med sidelængden 2 cm. Men nettet kan vælges ganske vilkårligt; det behøver ikke at være et kvadratnet, og maskevidden kan varieres, så det bliver finest, hvor temperaturvariationen er størst.

Ved hvert knudepunkt skrives en temperatur foroven til venstre, således som den

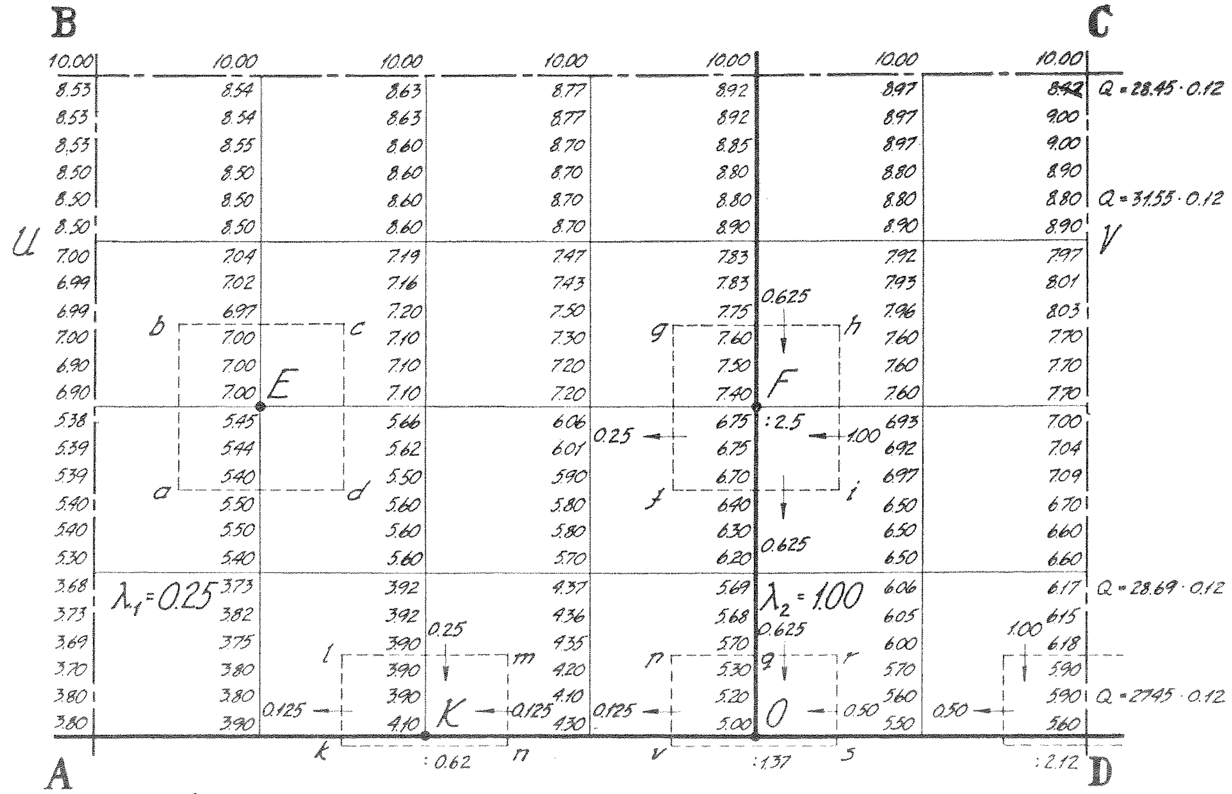

Fig. 7. Udsnit A B C D fra væggen på fig. 2 med beregningsnet indtegnet. Foroven til venstre, nærmest knudepunkterne er påskrevet de først skønnede temperaturer.

skønnes at være. Da der her er symmetri, er temperaturen i midten af væggen BC 10° C. Jo nærmere de skønnede værdier er de rigtige, jo hurtigere er regningerne færdige, men det endelige resultat bliver det samme. Derefter prøves ved hjælp af formel (1) om de skønnede værdier er rigtige. (1) skrives som en differensligning

$$Q = -\frac{\Delta t}{\Delta s}\lambda \cdot F \qquad (10)$$

Indre punkt.

For et indre punkt som E omgivet af samme materiale former regningerne sig således:

E tænkes omskrevet med et kvadrat abcd; den mængde varme, der går ind i dette kvadrat, må være lig den mængde, der går ud, og da λ, Δs og F er konstante, bliver $Q\ (=)\ 0 = (8{,}5 - t_E) + (7{,}1 - t_E) - (t_E - 5{,}4) - (t_E - 6{,}9)$

$$t_E = \frac{8{,}5 + 7{,}1 + 5{,}4 + 6{,}9}{4} = 7{,}0\,°\mathrm{C}.$$

For et indre punkt skal temperaturen være middeltallet af de fire nærliggende. Den beregnede værdi skrives på tegningen over den gamle. For de forskellige punkter regnes med den sidste skrevne værdi; det er det hurtigste.

Indre skillepunkt.

F. eks. punktet F, der ligger på skillefladen mellem de to materialer med $\lambda_1 = 0{,}25$ og $\lambda_2 = 1{,}0$. Sidelængden i kvadratet fghi kaldes s. Varmestrømmen til fghi bliver stadig udfra (10):

fra oven $\frac{8{,}8 - t_F}{s} \cdot 0{,}25 \cdot \frac{s}{2} + \frac{8{,}8 - t_F}{s} \cdot 1{,}0 \cdot \frac{s}{2}$

fra højre $\frac{7{,}6 - t_F}{s} \cdot 1{,}0 \cdot s$

fra neden $-\frac{t_F - 6{,}2}{s} \cdot 1{,}0 \cdot \frac{s}{2} - \frac{t_F - 6{,}2}{s} \cdot 0{,}25 \cdot \frac{s}{2}$

fra venstre $-\frac{t_F - 7{,}2}{s} \cdot 0{,}25 \cdot s$

Disse bidrag adderes, og summen sættes lig 0, hvilket giver:

$$t_F = \frac{8{,}8 \cdot 0{,}625 + 7{,}6 \cdot 1 + 6{,}2 \cdot 0{,}625 + 7{,}2 \cdot 0{,}25}{2{,}5} \qquad (11)$$

$t_F = 7{,}5\,°$C.

Formel (11) kan bruges for alle indre skillepunkter. Det letter regningerne, hvis koefficienterne skrives på tegningen som vist på fig. 7.

Almindeligt overfladepunkt.

I punkt K strømmer varmen til efter formel (10):

$$\text{fra oven} \quad \frac{5{,}6 - t_K}{s} \cdot 0{,}25 \cdot s$$

$$\text{fra højre} \quad \frac{4{,}3 - t_K}{s} \cdot 0{,}25 \cdot \frac{s}{2}$$

$$\text{fra venstre} \quad - \frac{t_K - 3{,}9}{s} \cdot 0{,}25 \cdot \frac{s}{2}$$

fra neden bliver tilstrømningen:

$$-(t_K - 0) \cdot \alpha_u \cdot s$$

Med $\alpha_u = 6$ og $s = 0{,}02$ findes, når disse 4 udtryk adderes, og summen sættes lig 0:

$$t_K = \frac{5{,}6 \cdot 0{,}25 + 4{,}3 \cdot 0{,}125 + 3{,}9 \cdot 0{,}125}{0{,}62} \quad (12)$$

$$t_K = 3{,}9\,°\,C.$$

Koefficienterne for formel (12) er påskrevet tegningen. Ved materiale 2 fås lidt andre koefficienter som vist. Man ser her, at det letter regningerne at regne med $t_u = 0°$ C. Hvis man vil have temperaturfordelingen for andre udvendige eller indvendige temperaturer, kan man blot proportionere om til slut.

Overfladepunkt på skillelinien.

For punkt 0 fås:

$$\text{fra oven} \quad \frac{6{,}2 - t_0}{s} \cdot 0{,}25 \cdot \frac{s}{2} + \frac{6{,}2 - t_0}{s} \cdot 1{,}0 \cdot \frac{s}{2}$$

$$\text{fra højre} \quad \frac{5{,}5 - t_0}{s} \cdot 1{,}0 \cdot \frac{s}{2}$$

$$\text{fra venstre} - \frac{t_0 - 4{,}3}{s} \cdot 0{,}25 \cdot \frac{s}{2}$$

$$\text{fra neden} - (t_0 - 0) \cdot 6 \cdot s.$$

Summation giver

$$t_0 = \frac{6{,}2 \cdot 0{,}625 + 5{,}5 \cdot 0{,}5 + 4{,}3 \cdot 0{,}125}{1{,}37}$$

$$t_0 = 5{,}2\,°\,C.$$

De videre regninger former sig på samme måde. Punkterne gås igennem systematisk, og de beregnede ny temperaturer skrives på tegningen. Regningerne skal fortsættes, indtil to på hinanden følgende gennemregninger giver samme resultater overalt. Det gør ikke noget med regnefejl i mellemregningerne; de rettes op igen ved næste gennemregning. Man ser meget hurtigt, i hvad retning tallene går, og kan hjælpe regningerne på gled ved ind imellem at skønne bedre og ny temperaturer hist og her. På et vist tidspunkt bliver det utilstrækkeligt kun at regne med 1 decimal, og der gås over til at regne med 2 decimaler. Kan man ikke lide at regne med decimaler og kommaer, kan det undgås ved at regne med en større temperaturdifferens mellem væggens to sider, f. eks. 200 eller 2000° C.

Når man mener at være færdig, gøres der prøve ved at undersøge, om varmestrømmen gennem to snit i væggen bliver den samme. Da man som regel vil blive skuffet, lønner det sig at skrive varmestrømmene på tegningen udfor den pågældende vandrette temperaturrække, så man ved næste prøve kan se, om det går den rigtige vej.

Varmestrømmene beregnes efter formel (10)

$$Q = - \frac{\Delta t}{\Delta s} \cdot \lambda \cdot F$$

for de enkelte punkter og summeres.

For varmestrømmen mellem BC og UV fås med den øverste række temperaturer, idet længden BC = 6 · F = 6 · 0,02 m, der deles op i ⅔ og ⅓ af materialerne 1 og 2:

$$Q_{UV} = \frac{1}{0{,}02} \cdot 0{,}25 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0{,}12 \cdot \frac{1}{4} \Big(\frac{1}{2}(10 - 8{,}53) + (10 - 8{,}54) + (10 - 8{,}63) + (10 - 8{,}77) + \frac{1}{2}(10 - 8{,}92)\Big) + \frac{1}{0{,}02} \cdot 1{,}0 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0{,}12 \cdot \frac{1}{2} \Big(\frac{1}{2}(10 - 8{,}92) + (10 - 8{,}97) + \frac{1}{2}(10 - 8{,}99)\Big)$$

$$= 28{,}45 \cdot 0{,}12 = 3{,}42.$$

For varmestrømmen fra overfladen til fri luft fås:

$$Q_{AD} = \alpha \cdot 6 \cdot F \cdot \frac{1}{6} \sum \Delta t = 6 \cdot 6 \cdot 0{,}02 \cdot \frac{1}{6} \Big(\frac{1}{2}\, 3{,}68 + 3{,}73 + 3{,}92 + 4{,}37 + 5{,}69 + 6{,}06 + \frac{1}{2}\, 6{,}17\Big) = 28{,}69 \cdot 0{,}12 = 3{,}44.$$

Middeltallet af Q_{UV} og Q_{AD} bliver $Q = 3{,}43$.

For 1 m² væg fås varmestrømmen:

$$Q\ m^2 = 3{,}43 \cdot \frac{1}{0{,}12} = 28{,}6\ kcal/m^2 \cdot h$$

Fejlen på dette resultat er omkring 0,5 %. På fig. 4 er isotermerne vist.

2. eksempel.

30 cm hul mur med formur af tunge teglsten og bagmur af molersten opmuret i kalkmørtel.

Benyttes de i »Økonomisk Varmeisolering« af samme forfatter angivne varmeledningstal, findes:

$$\frac{1}{k} = 0{,}20 + \frac{0{,}11}{0{,}85} + 0{,}15 + \frac{0{,}11}{0{,}27} + \frac{0{,}01}{0{,}6} = 0{,}903$$

$$k = 1{,}11$$

De her anvendte varmeledningstal er i overensstemmelse med forsøg med murværk, og transmissionstallet skulle altså svare godt til virkeligheden.

Kendes kun varmeledningstallene for de enkelte materialer, må de foran skitserede tilnærmelsesmetoder anvendes.

Fugernes areal er 23 % og for mørtelen alene $\lambda = 0{,}6$. For lufttørre molersten alene er $\lambda = 0{,}15$, i muren er fugtigheden nok noget større, formentlig omkring 3 vol.-% ialt. Varmeledningstallet kan da skønnes at ligge omkring 0,19 for molerstenene.

1. tilnærmelsesmetode.

Udfor molerstenene $k_a = 0{,}93$, ud for fugerne $k_b = 1{,}47$

$$k_1 = 0{,}23 \cdot 1{,}47 + 0{,}77 \cdot 0{,}93 = 0{,}34 + 0{,}72 = 1{,}06.$$

2. tilnærmelsesmetode.

For bagmuren $\lambda = 0{,}23 \cdot 0{,}6 + 0{,}77 \cdot 0{,}19 = 0{,}284$ og heraf for hele muren $k_2 = 1{,}13$.

Middelværdien af k_1 og k_2 er 1,1.

k_1 er altså 4 % for lav. Dette sammen med udtrykket for k_1 viser, at ca. $\frac{0{,}34 + (1{,}1 - 1{,}06)}{1{,}1} \cdot 100 \sim 35\,\%$ af varmen går ud gennem fugerne. Det er derfor næsten uden betydning at forbedre stenenes kvalitet, sålænge der ikke anvendes en bedre isolerende mørtel.

3. eksempel.

Mur af gasbeton.

Varmeledningstal: gasbeton 0,25, mørtel 0,7, puds indv. 0,6 og udv. 0,8 kcal/m · h · °C.

Overgangstal: indvendig 6, udvendig 25 kcal/m² · h · °C.

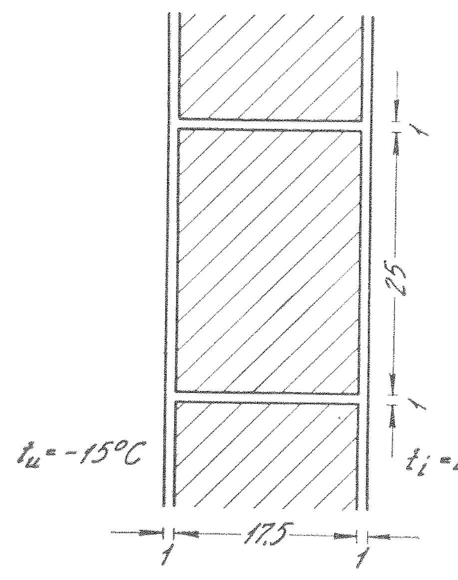

Fig. 8. En mur bestående af vandrette striber af gasbeton med puds mellem, pudset indvendig og udvendig.

1. tilnærmelsesmetode.

$$\text{Udfor gasbeton:} \quad \frac{1}{k_g} = \frac{1}{6} + \frac{0{,}01}{0{,}6} + \frac{0{,}175}{0{,}25} + \frac{0{,}01}{0{,}8} + \frac{1}{25} = 0{,}937$$

$$k_g = 1{,}07.$$

$$\text{Udfor fuger:} \quad \frac{1}{k_f} = \frac{1}{6} + \frac{0{,}01}{0{,}6} + \frac{0{,}175}{0{,}7} + \frac{0{,}01}{0{,}8} + \frac{1}{25} = 0{,}487$$

$$k_f = 2{,}05.$$

$$k_1 = \frac{25}{26}\, 1{,}07 + \frac{1}{26}\, 2{,}05 = 1{,}11$$

$$Q_1 = 38{,}8\ kcal/m^2 \cdot h.$$

2. tilnærmelsesmetode.

$$\lambda = \frac{25}{26}\, 0{,}25 + \frac{1}{26}\, 0{,}7 = 0{,}267$$

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{6} + \frac{0{,}01}{0{,}6} + \frac{0{,}175}{0{,}267} + \frac{0{,}01}{0{,}8} + \frac{1}{25} = 0{,}893$$

$$k_2 = 1{,}12.$$

$$Q_2 = 39{,}2\ kcal/m^2 \cdot h.$$

Ved beregning med differensligningen har civilingeniør Per Dalberg-Hansen fundet Q = 39 kcal/m² · h. Altså det samme som middeltallet af de to tilnærmelsesmetoder.

I en mur er i virkeligheden både lodrette og vandrette fuger. Hvis materialeandelen indføres efter rumfang i regningerne, giver 2. tilnærmelsesmetode med 50 cm lange gasbetonblokke

$$k = 1{,}15 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot {}^\circ\text{C og}$$

$$Q_2 = 40{,}3 \; \textit{kcal/m}^2 \cdot \textit{h}.$$

4. eksempel.

Træetageadskillelse.

Varmeledningstal: træ 0,13, mineraluld 0,03, rør og puds 0,4.

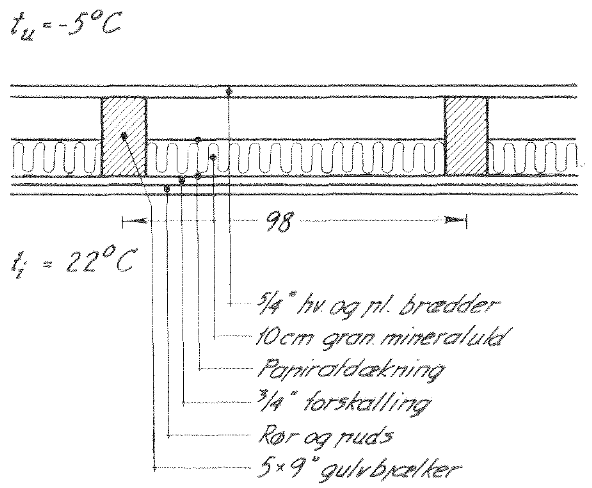

Fig. 9. Træetageadskillelse.

1. metode.

Mellem bjælker: $\frac{1}{k_a} = 0{,}30 + \frac{0{,}02}{0{,}4} + \frac{0{,}025}{0{,}13} + \frac{0{,}10}{0{,}03} + 0{,}2 + \frac{0{,}025}{0{,}13} = 4{,}267$

$$k_a = 0{,}234$$

Udfor bjælker: $\frac{1}{k_b} = 0{,}30 + \frac{0{,}02}{0{,}4} + \frac{0{,}284}{0{,}13} = 2{,}535$

$$k_b = 0{,}394$$

$$k_1 = \frac{1}{98}(85 \cdot 0{,}234 + 13 \cdot 0{,}394) = 0{,}255$$

$$Q_1 = 0{,}255\,(22 + 5) = 6{,}9 \; \textit{kcal/m}^2 \cdot \textit{h}.$$

2. metode.

Vandret snit i hulrum (højden af hulrummet er 0,134 m):

$$\lambda_h = \frac{1}{98}\left(85 \frac{0{,}134}{0{,}2} + 13 \cdot 0{,}13\right) = 0{,}0753,$$

vandret snit i mineraluld:

$$\lambda_m = \frac{1}{98}(85 \cdot 0{,}03 + 13 \cdot 0{,}13) = 0{,}0433$$

$$\frac{1}{k_2} = 0{,}30 + \frac{0{,}02}{0{,}4} + \frac{0{,}025}{0{,}13} + \frac{0{,}10}{0{,}0433} + \frac{0{,}134}{0{,}0753} + \frac{0{,}025}{0{,}13} = 3{,}222$$

$$k_2 = 0{,}31$$

$$Q_2 = 0{,}31\,(22 + 5) = 8{,}4 \; \textit{kcal/m}^2 \cdot \textit{h}$$

Q_2 er ca. 20 % større end Q_1, det ville her være rimeligt og formentlig nærmere det rigtige at regne med middeltallet $k \sim \frac{k_1 + k_2}{2} \sim 0{,}28$ kcal/m² · h · °C og Q = 7,6 kcal/m² · h

1. metode giver altså et transmissionstal, der er ca. 8 % for lille.

Two-Dimensional Heat-Flow Through Plane Walls.

ENGLISH SUMMARY

The heat loss through walls built of materials having different thermal conductivities may be calculated in three ways:

The »exact« method.

By approximate solution of the differential equation for two-dimensional heat-flow by means of difference equations. This method of calculation is in itself very simple and clear, but in general it will be too elaborate to use.

First approximate method.

By using a common thermal conductance calculated from the thermal conductances for the individual parts of the wall summed up under due regard to the weight according to their area. The heat loss thus calculated will be too small.

Second approximate method.

By using a common thermal conductivity calculated from the thermal conductivities for the individual parts of the wall summed up under due regard to the weight according to their area. The heat loss thus calculated will be too great.

In practice it is recommended to use the second approximate method, which by calculation of the heat transmission will give a result being on the safe side like other engineering methods of calculation.

If it is a question of obtaining greater exactness, the average of the thermal conductances arrived at by the first and second approximate methods may be used.